

Dari Etnomatematik Dan Matematik Aba Ke Matematik

Shaharir Mohamad Zain

riramzain@yahoo.com

ABSTRAK

Makna etnomatematik atau matematik berkata sifat agama, bangsa dsbnya, ringkasnya matematik ABA, diuraikan. Seterusnya dihipotesiskan bahawa setiap unsur matematik yang selama ini dianggap bersifat sejagat atau semesta ini adalah asalnya unsur etnomatematik. Ini bercontohnya matematik matriks, pengoptimuman, angka, segi empat-segi ajaib, aritmetik pecahan, dan kaedah matematik khususnya silogisma, dan analogi atau qiyas. Dengan ini diharapkan anggapan ramai bahawa etnomatematik itu bertaraf rendah dan tidak relevan dengan matematik semasa dapat dihapus. Unsur etnomatematik baharu daripada kebudayaan Malayonesia-Melayu, iaitu konsep pengoptimuman baharu, angka, silogisma dan qiyas/analogi dibicarakan agar minat terhadap etnomatematik sendiri dapat disemarakkan dan diumarakkan.

PENDAHULUAN

Setiap unsur Matematik atau lebih am lagi sains matematik sekarang asalnya etnomatematik, atau matematik berkata sifat atas nama agama (termasuk ideologi), bangsa atau bahasa, ringkasnya matematik ABA, seperti matematik Yunani, matematik Eropah, matematik Arab, matematik Islam, matematik Hindu, matematik China dan lain-lain termasuklah matematik dalam bahasa Melayu sebelum 1900 yang distilahkan semula sebagai matematik Malayonesia-Melayu sebelum 1900. Apabila agama didominasi oleh ideologi dari Eropah dan begitu mempengaruhi perkembangan ilmu terutamanya mulai abad ke-18 M, maka ilmu juga ditonjolkan kebergantungannya pada ideologi lalu muncullah ilmu sekular (berasaskan sekularisme), ilmu Barat (berasaskan Baratisme dengan pelbagai ideologi dari barat) dan sebagainya; dan sekali gus pula muncullah matematik sekular dan sebagainya terutamanya apabila membicarakan falsafah dalam matematik itu. Pernyataan ini dijadikan hipotesis tabii ilmu ini yang dibuktikan pengukuhan keesahannya di dalam makalah ini.

Apakah yang menjadi ciri etnoilmu atau etnosains dan khususnya etnomatematik? Secara bahasanya, jelaslah etnomatematik ialah matematik yang dimiliki, dibangunkan atau dapat disekutukan dengan sesuatu kumpulan etnik atau suku kaum/bangsa. Persoalannya apakah yang mencirikan sesuatu etnik/kaum/bangsa? Jawapan am dan kaburnya ialah tamadun, peradaban atau kebudayaan. Kabur disebabkan kelamnya makna kebudayaan itu. Pentakrifan kebudayaan memang luas dan kadang kala agak kontroversi tetapi ringkasnya kebudayaan itu ialah amalan dan kepercayaan/pandangan hidup yang tentunya diwarnai oleh bahasa, agama dan ilmu tradisinya. Oleh itu etnomatematik pastinya hampir sinonim dengan matematik ABA. Umpamanya etnomatematik Yunani pastinya matematik dalam bahasa Yunani dan sarat kebudayaan (selain bahasa) Yunani, oleh itu samalah dengan matematik Yunani sahaja; etnomatematik Inggeris (atau lebih luas lagi Briton atau Anglo-Saxon) semestinya matematik dalam bahasa Inggeris dan sarat dengan unsur kebudayaan Briton/Anglo-Saxon, oleh itu sama sahaja dengan matematik Inggeris/Briton/Anglo-Saxon. Namun oleh sebab “bangsa” atau “etnik” agak kabur

berbanding dengan bahasa, agama atau ideologi/falsafah, maka etnosains amnya atau sains atas sifat bangsa memanglah kabur. Pencirian bangsa yang objektif kini ialah atas nama DNA. Banyaklah karya sains yang dihasilkan oleh seorang ber-DNA X tetapi dalam bahasa Y bangsa yang bukan ber-DNA. Etnosain apakah karya ini? Sains X atau sains Y? Secara ijmaknya, atau tidak pun, penulis berpegang pada kepentingan bahasa sahaja kerana “bahasalah penemu ilmu” (Shaharir 2012a); oleh itu dalam hal ini sains yang terhasil itu ialah sains Y, bukannya sains X. Ini samalah yang berlaku dengan etnoilmu Malayonesia-Melayu sebelum 1900 yang memang banyak juga yang ditulis oleh mereka yang bukan ber-DNA rumpun Malayonesia lalu menghasilkan manuskrip dalam aksara Jawi itu yang secara ijmaknya diistilahkan sebagai manuskrip Melayu. Begitu jugalah lebih-lebih lagi berlakunya terhadap istilah etnomatematik Inggeris yang semakin tidak lagi semestinya ditulis oleh sarjana ber-DNA bangsa Briton/Anglo-Saxon, bahkan sudah pun banyak yang disumbangi oleh sarjana dari ber-DNA Malayonesia. Oleh itu istilah matematik ABA mungkin sekali lebih seringlah juga merentasi bangsa atau bahasa tetapi doktrin atau ajaran dalam ABA itulah yang mencirikan kategori matematik tidak semesta atau sejagat.

Pendeknya, persoalannya tetap timbul tentang makna bangsa seperti apakah makna Melayu (sebagai bangsa) dan sekali gus makna matematik Melayu atau etnomatematik Melayu? Punca persoalannya kerana orang Melayu Malaysia tidak berpendirian bahasa Melayu itu satu daripada ciri utama kemelayuannya. Mereka hanya mahu istilah Melayu untuknya demi politik atau identiti DNA sahaja. Umpamanya, **orang ber-DNA Melayu mahu dirinya dikelaskan sebagai Melayu walaupun dia tidak menggunakan bahasa Melayu dalam kehidupan utamanya; dan seterusnya mereka mahu diiktiraf sebagai sarjana Melayu walaupun karyanya tiada satu pun di dalam bahasa Melayu.** Ini melarat kepada kontroversi tentang makna Malaysia kerana ternyata sehingga kini kita hanya berjaya mentakrif dan membanggakan Malaysia sebagai sebuah negara tanpa bangsanya. Tegasnya, kita masih belum dapat persetujuan makna bangsa Malaysia, sebahagian besarnya kerana tiada persetujuannya tercapai di kalangan warganegara Malaysia makna bahasa negara ini. Menerusi mata pelajaran sekolah, kerajaan mahu menjadikan bahasa Melayu sebagai bahasa negara lalu dijenamakan semula mata pelajaran Bahasa Melayu sebagai “Bahasa Malaysia” mulai tahun 1970-an sesuai dengan rasminya status bahasa Melayu dalam Perlembagaan Malaysia tetapi itu pun ternyata gagal kerana ditentang oleh semua suku kaum berwarganegara Malaysia dengan sebab-sebab yang berbeza pula. Manifestasi terbaharunya, ialah kontroversinya Hadiah Filem Malaysia kerana adanya kumpulan yang tidak mahu menerima syaratnya filem itu mestilah dalam sekurang-kurangnya 70% dialognya dalam bahasa Melayu. Kontroversi lamanya ialah PPSMI dan kini *DLP* dalam pengajaran dan pembelajaran sains dan matematik sekolah mulai 2003 dan seterusnya di Universiti. Tentunya kontroversi yang serupa telah pun timbul atau akan timbul tentang peranan bahasa negara Malaysia atau warganegara Malaysia dalam penentuan “Saterawan Negara”, “Seniman Negara”, “Biduan Negara”, ... “Ilmuwan Negara” (atau jika “Negara” itu digantikan dengan “Malaysia”).

Istilah etnosains, khasnya etnomatematik memang kontroversi sebegitu juga kerana takrif asalnya (dijelaskan lagi kemudian) mengundang sedemikian sehingga kini pada amnya digambarkan atau tergambar sebagai pengetahuan primitif sahaja, oleh itu hanya ahli antropologi atau ahli sosiologi ilmu sahaja yang sesuai berminat. Ahli sains atau khasnya ahli matematik sendiri tidak patut meminati! Mereka percaya kononnya, matematik kontemporer ini telah mengatasi apa jua etnomatematik sesuatu bangsa itu kerana kononnya semua ahli matematik kini berkarya hanya dalam satu bahasa sahaja, bahasa Inggeris, yang tentunya apa sahaja idea lama atau baharu dari sesuatu kaum itu sudah pun disejagatkan ... tiadalah lagi

yang tertinggalnya! Dalam makalah ini pandangan ini cuba dikikis menerusi pemaparan beberapa contoh unsur matematik kontemporer.

Buku terbaharu suntingan penulis ini terbitan DBP 2015, “*Unsur Etnosains matematik Malayonesia dalam bahasa Melayu Sejak Abad ke-5 Masihi*” (bahagian pengenalanya) memang sudah membicarakan mauduk ini dengan panjang-lebarnya. Namun persoalan hubungannya dengan matematik kontemporer masih ada ruang yang perlu diperkatakan di sini sekurang-kurangnya sebagai tambahannya lagi.

Istilah etnomatematik muncul agak terkemudian daripada istilah etnoX, X=bidang lain, kerana matematik dianggap bidang ilmu yang tidak bergantung budaya sesuatu etnik. Kepercayaan ini hanya tersekat atau sekurang-kurangnya tergugat sejak 1980-an sahaja menerusi Wilder (1981) yang menunjukkan sarat budayanya matematik, Gillies (1992) yang memaparkan adanya revolusi dalam perkembangan matematik akibat perubahan nilai sarjana, dan Shaharir (2012a) yang membuktikan matematik juga dipengaruhi dengan hebatnya oleh bahasa perantaraannya sama seperti yang beraku dalam ilmu kemanusiaan dan kemasyarakatan juga. Etnomatematik muncul pertamanya dalam bahasa Portugis (di Brazil), *etnomatemática*, dalam tahun 1970-an dan dalam bahasa Inggeris, *ethnomathematics*, hanya dalam pertengahan 1980-an sahaja, sedang istilah *ethnobotany* dan *ethnozoology* muncul dalam abad ke-19 lagi apabila sarjana berkenaan berada di tanah jajahan negaranya mendapati tumbuhan dan haiwan jelas berbeda mengikut tempat yang dikaitkan dengan sesuatu etnik yang mendiami di situ, masing-masingnya muncul dalam tahun 1895 dan 1899 (Lihat Rujukan di Internet EB dan Internet EZ), walaupun perkataan *ethnobiology* muncul agak lewat, iaitu pertama kalinya (mengikut sumber yang sama dalam rujukan Internet EZ itu) dalam tahun 1940. Kegiatan sarjana yang boleh dikelaskan berada dalam bidang etnobotani dan etnozoologi ini lagilah awal munculnya, iaitu bermula pada zaman penjelajahan dan penjajahan kuasa dan jiwa besar bangsa-bangsa Eropah mulai abad ke-16 M lagi.

Umpamanya, sarjana Belanda, Bontius (1630) yang merakamkan 82 jenis tumbuhan dan 88 jenis haiwan yang pelik-pelik dan bernilai perubatan di pulau Jawa, dan Rumphius/Rumpf (1690) yang menghasilkan sebuah katalog herba, lebih daripada seribu spesies, dari Amboina/Ambon (walaupun diterbitkan selepas kematiannya, dalam tahun 1741); dan mereka ini boleh dianggap penerokanya di Malayonesia ini sedangkan Inggeris hanya dimulai oleh Wallace (1868), di bawah tajaan/arahan Darwin sarjana besar Inggeris yang masyhur itu, yang berjaya memungut puluh ribuan spesies tumbuhan dan haiwan merata Malayonesia ini (beliaulah yang menamakan rantai Asia Tenggara ini sebagai *The Malay Archipelago* atau terjemahan terkenalnya, Gugusan Pulau-Pulau Melayu). Itu pun halnya, istilah etnomatematik terawal itu bermaksud matematik yang ada pada zaman Tamadun Maya-Aztec yang tidak pun diandaikan bergantung budaya orang-orang Maya-Aztec yang berbeza dengan budaya orang Eropah yang bercitra muluk dan molek sebagai pencipta ulung matematik. Karya unsur matematik Maya-Aztec itu (aritmetik dan geometri) dianggapnya sama sahaja cuma terdahulu sahaja. Tujuannya pun untuk menghakis kepercayaan ini sahaja, iaitu bukan orang Eropah sahaja tahu mencipta matematik tetapi orang lain juga boleh; sekali gus diharapkan dapat menghakis rasa rendah diri bangsa di Amerika Selatan (khususnya Brazil, bangsa yang dianggotai oleh pencipta istilah dan bidang etnomatematik pertama itu, D'Ambrosio). Tidak hairanlah jika bagi Barat, istilah etnomatematik itu berkonotasi rendah sahaja tarafnya, atau ketinggalan zaman, kerana kemudiannya sarjana mereka melaksanakan program D'Ambrosio itu dengan hanya memperluaskan penyelidikan etnomatematik kepada semua unsur matematik yang ada pada setiap kaum etnik yang eksotik-eksotik seperti di Afrika yang dianggap primitif itu, dan ini termasuklah kajian etnomatematik Madagaskar (rumpun etnik asalnya ialah serumpun

dengan etnik asal Malayonesia) seperti yang dibukukan oleh Zavlasky (1999) dan dalam makalah Ascher (1997); dan di Polinesia, Melanesia dan Mikronesia seperti yang dibukukan oleh Goetzfridt (2008). Anehnya, matematik yang mereka (sarjana Barat) gali daripada tamadun Yunani dan Islam tidaklah pula dianggap berupa etnomatematik. Namun, tentang bidang etnobotani dan etnozooologi itu, tiadalah apa-apa konotasi rendahnya sains dalam etnobotani dan etnozooologi itu berbanding dengan botani atau zoologi yang ada di Eropah, cuma spesiesnya sahaja yang berbezanya; dan kebinekaan spesies yang aneh-aneh di Galapagos (Amerika Selatan) dan di Malayonesia itu dapat pula dijadikan data ampuh yang penting oleh Darwin bagi menegakkan hipotesisnya yang kini terkenal sebagai Teori Evolusi itu. Ini sebenarnya satu contoh unsur etnobiologi Malayonesia yang paling berjaya mencapai taraf biologi sejagat dengan pantas.

Memang **konsep etnosains dan khasnya etnomatematik D'Ambrosio yang tidak memasukkan komponen bahasa dan falsafah serta kekontemporan ilmu di dalamnya mudah membawa konotasi terpesuk, ceruk dan mundurnya apa-apa penemuan dalam penyelidikan etnoilmu** itu. Ringkasnya, kumpulan etnik dalam imbuhan etno- itu memang mudah dikaitkan dengan kehidupan primitif, liar tanpa atau rendah tamadunnya. Anehnya kumpulan “etnik” di Eropah yang baharu sahaja bertaraf “bukan primitif” (boleh dikatakan mulai abad ke-16 M sahaja itu tidak pernah ditonjolkan karyanya dengan nama keetnikannya masing-masing pada bila-bila masa pun seolah-olah terus sejagat sahaja sifatnya. Ilmu itu sebenarnya dipaksa sedemikian menerusi pendidikan formal di negara yang dijajahnya sebagai ilmu milik “semua bangsa”, ilmu yang neutral atau bebas daripada kebudayaan sesiapa pun (walaupun sebenar sarat dengan kebudayaan mereka). Inilah yang berlaku pada etnoilmu dari Eropah, ilmu Eropah, khasnya ilmu penjajah dari Eropah dengan mudahnya ilmu itu menjadi “ilmu semua bangsa”. Istilah etnoilmu dikhaskan pada ilmu dari bangsa (suku kaum) yang dijajahnya sahaja. Inilah yang mendorong penulis ini mentakrifkan semula etnosains dan khasnya etnomatematik D'Ambrosio itu (perincian dalam Shaharir 2015) agar terhakisnya keadaan ini. Takrif baharu etnomatematik inilah yang dihayati dalam penulisan makalah ini.

BEBERAPA CONTOH UNSUR MATEMATIK KINI YANG ASALNYA UNSUR ETNOMATEMATIK

Matriks

Sering kali sarjana Inggeris, Cayley dengan karyanya *A Memoir on the Theory of Matrices* 1858 dianggap bapa teori matriks. Ini tidaklah begitu benarnya di Eropah sekalipun. Karya beliau ini dikatakan oleh Hawkins (1974) tidak pun diketahui di luar England sehingga 1880-an. Oleh itu *matrix* itu benar-benar menjadi etnomatematik Inggeris sekurang-kurang buat selama lebih 20 tahun. Bukan sahaja istilah *matrix* (perkataan Perancis Lama yang bermakna uri wanita) yang tidaklah benar ciptaan pertamanya oleh Cayley tetapi oleh rakannya Sylvester 1850 (seorang sarjana Inggeris juga) tetapi bentuk *matrix*, pendaraban skalar dan penambahan benda yang dinamai kemudian sebagai *matrix* itu sudah dibicara dan dipakai oleh Gauss (sarjana agung Jerman) ketika beliau membicarakan teori bentuk kuadratik seperti $ax^2 + bxy + cy^2$, a, b, c pemalar, $ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz$, d, e dan f pun pemalar dsbnya dalam karyanya *Disquisitiones arithmeticae* 1801 (dalam bahasa Jerman). Dua operasi “matriks” itu ada dalam proses mendapatkan penyelesaian persamaan linear oleh Gauss itu yang kemudiannya dikenali dengan nama beliau, kaedah penghapusan Gauss dalam

tahun 1810, walaupun tiadalah istilah “*matrix*” atau lainnya yang diaju atau dipakainya. Beliau hanya merujuknya sebagai, terjemahan dalam bahasa Melayu, “sebuah susun atur angka dalam segi empat tepat” (yang kini memang menjadi takrif matriks pun. Dalam bahasa Jerman memang istilah “*matrix*” yang sama dengan dalam bahasa Inggeris itu dipakai tetapi kami belumlah dapat menemui tarikh dan sarjana pemulanya (mungkin juga lebih awal drp Selvester!). Dalam hal takrif pendaraban matriks juga sudah dirumuskan oleh beberapa orang sarjana di Eropah (Jerman dan Perancis) sebelum Cayley. Tegasnya, teori matriks yang ada dalam *Memoir* Cayley itu banyak berupa pungutan sumbangan sarjana Jerman dan Perancis seperti Eisenstein, Cauchy, Lagrange, Hermite dll yang mendahuluinya. Dalam bahasa Perancis istilah *matrix* Inggeris itu ialah *matrice*, dan ini pun belumlah ditemui tarikh dan sarjananya yang mual-mula memakainya, mungkin juga lebih awal drp *matrix* Sylvester itu! Dalam tulisan Cauchy 1826, sarjana Perancis yang masyhur itu, beliau masih menggunakan istilah *tableau* bagi *matrice/matrix* ketika beliau membicarakan pekali-pekali bentuk kuadratik itu (O'Connor & Robertson 1996). Cauchy juga secara tak langsungnya membicarakan matriks 3 x 3 dalam teori beliau tentang tensor tegasan dalam tahun 1827 (Internet TT). Apa pun jelaslah, *matrix* bukanlah matematik Inggeris tetapi dibahasa-Inggeriskan dengan agak cepatnya daripada bahasa Perancis dan Jerman mulai Cayley itu dan matematik ini memang cepat merebak ke seluruh dunia menerusi kuasa penjajahanisme/kolonialisme Inggeris.

Matriks sebagai Etnomatematik China atau Matematik China

Sekitar 150 SM ada teks yang ditulis pada zaman Dinasti Han berjudul *Chiu Chang Suan Shu* (dalam bahasa China yang bolehlah diterjemahkan, berdasarkan terjemahan dalam bahasa Ingerisnya, kepada *Sembilan Bab Seni Matematik*) yang menyelesaikan masalah secara susunan angka sehingga membentuk sebuah segi empat tepat mengikut budaya China (Internet HM) yang sejak abad ke-19 M, menerusi etnomatematik Inggeris atau matematik Inggeris, menamainya *matrix*. Istilah *matrix* ini dimelayukan pada tahun 1960-an sebagai matris, tetapi pada 1970-an “dibetulkan” kepada matriks, walaupun matris itu sudah betul jika dianggap diambil daripada matematik Perancis. Masalah China yang membawa kepada pembentukan “matriks” (lebih tepat lagi “matriks China”) itu ialah masalah petani yang berikut:

Ada tiga jenis jagung yang terdiri drp tiga berkas jenis pertama, dua jenis kedua dan satu jenis ketiga yang semua ini berjumlah 39; dua berkas drp jenis pertama, tiga jenis kedua dan satu jenis ketiga berjumlah 34; satu berkas drp jenis pertama, dua jenis kedua dan tiga drp jenis ketiga menjadikan 26. Berapakah jumlah jagung drp setiap jenisnya?

Masalah ini diringkaskan seperti di bawah ini

1 2 3

2 3 2

3 1 1

26 34 39

Ini sebuah” matriks” sekarang. Yang berbezanya segi baris dan lajur sahaja. **Perbezaan ini disebabkan budaya menulis dalam bahasa China dari atas ke bawah dan bergerak dari kanan ke kiri; bukan seperti budaya menulis Eropah dari kiri ke kanan.** Budaya penulisan Eropah inilah yang menyebabkan bentuk *matrix* Eropah (akan dibicara kemudian) seperti yang diikuti dunia sekarang.

Seterusnya pada “matriks China” dilakukan seperti operasi penghapusan Gauss sekarang dalam usaha mereka mendapatkan penyelesaian masalah itu:

Mendarabkan lajur pertama dng 3 dan tolakkannya dengan lajur ketiga; darabkan lajur kedua dng 3 dan tolakkan dengan 2 kali lajur ketiga lalu beroleh

0 0 3

4 5 2

8 1 1

39 24 39

Selanjutnya, lajur pertama didarabkan dengan 5 dan ditolakkan dengan beberapa kali lajur ke dua (iaitu 4 kali) sehingga menjadi

0 0 3

0 5 2

36 1 1

99 24 39

Dari sinilah penyelesaian masalah berkenaan diperoleh. Inilah dikatakan kaedah penyelesaian persamaan tiga persamaan linear tiga anu secara China, iaitu teori matriks China kerana asal masalahnya, gaya penulisan sesebuah “matriks” dan bahasa yang yang digunakan khusus adalah mengikut budaya China. Teori “matriks” ini kekal bertaraf etnomatematik hingga sekarang kerana ternyata tidak didukung oleh sarjana seluruh dunia malah jarang sarjana dunia mengetahuinya pun, walaupun intipatinya sama sahaja dengan dalam teori matriks sekarang.

Matriks sebagai Etnomatematik Eropah

Dalam teori matriks Eropah yang menjadi teori sejagat sekarang berasal dengan masalah yang berbeza, bergaya penulisan matriks yang berbeza dengan China di atas dan bahasanya memang bahasa Jerman (oleh Gauss) dalam tahun 1801 dan 1810; atau Cauchy (sarjana Perancis) dalam 1826 dan 1827; atau lebih awal lagi oleh Jacques Philippe Marie Binet dan Cauchy 1812 (dlm bahasa Perancis). Namun yang poplarnya kononnya Cayley (dlm bahasa Inggeris) 1858 yang mencipta *matrix* seperti yang telah disebut di atas. (Hawkins 1974; O'Connor & Robertson 1996). Jika kita mentelaah karya Gauss, “matriks” muncul secara

bersahajanya dalam kajian masalahnya terhadap bentuk-bentuk kuadratik yang telah disebut sebelum ini dan dalam penyelesaiannya terhadap sistem persamaan linear, yang terbit daripada masalah dalam kaedah kuasa dua terkecil, yang kini dikenali sebagai kaedah penghapusan Gauss itu yang intipatinya sama dengan kaedah China di atas (Perincian asal-usul persamaan linear yang membawa kepada kaedah penghapusan Gauss ini ada dalam Grcar 2011). Bagi Cauchy, “matriks” muncul dalam kajian bentuk kuadratik dan binaan tensor tegasan dalam karya mekaniknya yang juga telah disebut sepintas lalu di atas; dan bagi Binet dan Cauchy masalahnya akan dibicarakan nanti. Operasi pendaraban skalar dan penambahan matriks memang terbit dalam masalah-masalah Gauss, dan Cauchy itu tetapi operasi pendaraban memang bersimpang siur sejarahnya seperti dijelaskan di bawah ini.

Pendaraban matriks terkenal dengan tiada nilai intuisinya terhadap tabiinya demikian. Sehingga kini, pendaraban matriks memang dianggap terhasil daripada etnomatematik Eropah abad ke-19 M. Bagaimana sejarahnya memang ada dibicarakan oleh banyak pihak (Knill 2009/2014; O'Connor & Robertson. 1996; Internet HM; Internet MM) tetapi masih juga belum terlerai dengan jelasnya juga. Gauss membicarakan pendaraban “matriks” dalam tahun 1801 sebagai gubahan penjelmaan yang terhasil daripada dua set pekali bentuk kuadratik yang berbeza itu; manakala Binet dan Cauchy dalam tahun 1812 membicarakan perkara yang sama menerusi teoremnya/formulanya (teorem/formula Cauchy-Binet, kedua-dua Perancis dan karyanya dalam bahasa Perancis) yang berupa ptu (AB) ialah hasil tambah bagi hasil darab minor A dan B (yang berupa pengitlakan kepada rumus ptu (AB) = ptu(A) ptu(B), bagi dua matriks segi empat tepat) yang mengimplikasikan takrif pendaraban matriks sekarang (memang penentu matriks datang lebih awal daripada aljabar matriks itu sendiri; Cauchy yang pertama memformulasikan takrif penentu dalam kajiannya berkenaan dengan tabii penyelesaian peresamaan linear serentak). Namun, oleh sebab sukarnya teorem Cauchy-Binet ini, maka yang sering disebut-sebut, dan ini mudah diterima, ialah bahawasanya pendaraban matriks itu datangnya daripada rakaman perubahan persamaan linear sahaja seperti

$$x' = ax + by, y' = cx + dy \text{ dan } x'' = a'x' + b'y', y'' = c'x' + d'y'$$

memberikan

$$x'' = (a'a + b'c)x + (a'b + b'd)y$$

dan

$$y'' = (c'a + d'c)x + (c'b + d'd)y$$

yang memberikan rumus pendaraban pekali-pekali persamaan linear itu (iaitu matriks):

$$(a'c' b'd')(acbd) = (a'a + b'cc'a + d'ca'b + b'dc'b + d'd). \quad (\text{DM})$$

Begitulah jika dibuat untuk tiga pemboleh ubah seperti yang telah dilakukan oleh Cayley (1858). Oleh itu, dalam konteks ini, pendaraban matriks hanyalah peranti simpan kira (*bookkeeping*) untuk pergantian sistem persamaan linear dari satu set pemboleh ubah kepada pemboleh ubah yang lain. **Budaya penulisan (DM) di atas menentukan peraturan pendaraban matriks sekarang.** Panambahan matriks memang daripada penambahan set persamaan linear dan pendaraban skalar matriks adalah dari sifat pendaraban setiap unsur set persamaan linear itu dengan nombor. Etnomatematik Inggeris atau Eropah amnya dalam teori matriks ini mudah menjadi matematik sejagat atau matematik sahaja kerana, terutamanya

penjajahanisme dan hegemoni Inggeris selepas Perang Dunia kedua 1945 dan melonjak lagi selepas Perang Amerika-Iraq (Bush-Saddam atau Perang Teluk, 1991) dan Runtuhnya Tembok Berlin pada 1989.

Optimum: Konsep yang membawa maksud sifat keadaan paling baik/bagus

Optimum sebagai etnomatematik Eropah

Sifat keadaan paling baik atau paling bagus dalam kebudayaan Eropah dilonggokkan kepada perkataan Latin *optimum* dan *optimus* yang kemudiannya dijadikan perkataan bahasa-bahasa Eropah ketika bangsa-bangsa berkenaan di Eropah mahu menjadikan bahasanya masing-masing sebagai bahasa ilmu mulai abad ke-17 M (dimulai oleh Perancis). Inggeris tidak terkecuali, malah dalam tahun 1879 (mengikut Internet ED) istilah optimum pertama kali diwujudkan bagi maksud “paling baik” yang menggunakan istilah optimum itu. Bagaimana keadaan ini boleh berlaku begini sedangkan mulanya Inggeris sudah pun ada perkataan *optimism* drp bahasa Perancis *optimisme* (drp karya Voltaire dalam bahasa Perancis yang bermakna “doktrin yang mengiktiraf bahawa dunia ini dicipta dengan cara terbaik daripada segala kemungkinan dunia sehingga penciptanya percaya mewujudkan kebanyakan barangan di dalamnya pada kos yang paling kurang kejahatannya”) dalam tahun 1759 lagi. Puncanya, perkataan *optimism* itu memang beransur berubah maknanya kepada keadaan sikap optimis (drp Inggeris *optimist* yang diambil daripada Perancis *optimiste* pada tahun 1759 juga). Kata-kata terbitan optimum seperti *optimal*, *optimality*, *optimise/optimize*, *optimising/optimizing*, *optimisation/ optimization* dan lain-lain lagi itu muncul dalam abad ke-18 M hingga abad ke-19 M. Umpamanya *optimise/optimize* itu muncul dalam tahun 1844 dengan mulanya bermaksud “bertindak sebagai seorang optimis”; kemudian dalam tahun 1857 berubah maknanya kepada “menjadikan sebaik-baiknya” (“*to make the most*”), iaitu sudah semacam kata kerja daripada perkataan optimum.

Pencirian takrif “keadaan paling baik” secara kualitatif dan secara kuantitatif (matematik) menjadi kegiatan sarjana Eropah mulai abad ke-17 M, dan memuncak dengan penciriannya menerusi penciptaan kaedah Fermat (kaedah *adequation* dalam penentuan maksimum dan minimum setempat) 1636, dan kalkulus fungsi Newton-Leibniz 1680 M dan kalkulus fungsian Euler dan Lagrange abad ke-18 M. Perbincangan masalah-masalah yang mendorong ke arah pengunggulan sukatan ekstrim, iaitu maksimum atau minimum bagi tujuan memadankan “yang paling baik” atau optimum itu dengan nilai ekstrimum di bawah ini diambil daripada Lehman (2009) dan Internet HO.

Mulanya mereka mencirikan “keadaan paling baik” (Ingg: *the best*; Jerman: *beste*, *bestmöglich*; Perancis: *meilleur*) itu menerusi bentuk-bentuk geometri berasaskan falsafah hidup mereka sahaja, seperti kepercayaan bahawa bentuk yang paling baik (unggul) yang diciptakan oleh Tuhan ialah bulatan (atas satah), atau sfera/bola (dalam ruang). Ekoran inilah, maka dalam tahun 1687 Newton mengutarakan (dalam bahasa Latin) persoalan “Masalah apakah bentuk objek yang mengalami rintangan **paling sedikit** dalam pergerakannya?” Harapannya tentulah penyelesaiannya mendokong falsafah geometri itu. Perhatikan bagaimana persoalan ini melibatkan perkara “yang terbaik” atau “optimum” itu melibatkan nilai minimum (paling sedikit).

Mereka mencipta mitos, kononnya ahli matematik Yunani (sebelum Masihi) telah menyelesaikan masalah penentuan segi empat yang **paling luas** antara segi empat yang dibentuk daripada ukuran lilit yang tetap; dan menyelesaikan masalah Dido (membentuk

kawasan yang terluas daripada ukuran lilit yang tetap). Dua masalah ini melibatkan perkara yang amat diingini dan dalam bentuk keadaan ekstrim : “paling luas”

Kemudian timbul cerita persoalan bentuk tong wain yang **paling baik**, iaitu **paling banyak** muatan atau isi padunya, yang dimusykili oleh sarjana Jerman bernama Kepler dalam tahun 1615, ekoran daripada amalan penjual wain pada masa itu yang terdedah pada penipuan. Masalah ini memang sukar menjadi masalah sejagat tetapi intipatinya mudah menjadi isu sejagat, iaitu penentuan bekas yang paling baik dalam sesuatu kekangan yang ada.

Kemudian, pada tahun 1657, Fermat (sarjana Perancis) mengutarakan prinsip gerakan cahaya sebagai “laluan yang memakan masa yang tersingkat” , lalu dikenali di kalangan sarjana Perancis sebagai “prinsip paling kecil Fermat” tetapi kemudian diambil Inggeris dan seterusnya, dengan penjajahan (pengkolonialan) Perancis dan Inggeris, prinsip ini menjadi prinsip sejagat dan matematik Perancis itu menjadi matematik seluruh dunia. Walaupun prinsip ini sebenar berupa prinsip hukum cahaya yang diutarakan oleh sajana Tamadun Islam beberapa abad sebelumnya, prinsip asli ini terfosil sahaja, iaitu Alhazem atau nama asalnya al-Haitham/al-Haytham. Apa pun, fenomenon ini (yang dianggap prinsip kejadian tabii) menempatkan “kaadaan paling baik” atau optimum itu secara tabiinya berada pada ekstrim nilainya: minimum atau minimum. Selanjutnya muncullah fenomenon alam tabii yang lain lagi yang menyokong perkara ini satu persatunya:

(ST1) Sarjana Perancis abad ke-18, Maupertuis, mungkin sekali setelah belajar daripada kejayaan Fermat, pada 1746 membuat hipotesis bahawa seluruh hukum gerakan yang diutarakan oleh Newton secara *ad hoc* itu berupa hasil daripada penciptaan Tuhan secara usahanya paling sedikit. Atas kejayaan hipotesis ini, prinsip ini dikenali sebagai “Prinsip tindakan Terkecil Maupertuis”

(ST2) 1696 Johann dan Jacob Bernoulli (fizikawan-matematikawan Swis tetapi berkarya dalam bahasa Latin) mengutarakan (oleh Johann) masalah bentuk landasan yang membuatkan sesuatu jasad tergelongsor tanpa geseran dalam masa yang terpantas (dikenali dalam Yunani-Latin sebagai masalah *Brachistochrone*), dan menyelesaikannya sehingga melahirkan matematik Eropah yang menjadi sejagat kemudiannya dan dikenali dalam bahasa Inggeris sebagai *calculus of variations* (dimelayukan dalam tahun 1970-an sebagai kalkulus ubahan)

(ST3) 1760 Lagrange (matematikawan Italia-Perancis) mengutarakan masalah beliau yang masyhur, masalah Plateau (sempena nama seorang pembuat ujikajinya terhadapnya dalam tahun 1840-an), iaitu **masalah permukaan minimum** (penentuan permukaan berkeluasan yang terkecil tertakluk kepada syarat sempadan yang ditetapkan). Masalah ini dianggap mewakili kejadian benda yang unggul atau “paling baik”, itu optimum, yang jelas melibatkan nilai ekstrim juga, iaitu keluasan minimum yang penciriannya mungkin memerlukan tenaga yang minimum dan lain-lain kuantiti yang minimum.

(ST4) Dalam tahun 1857, J.W. Gibbs , seorang ahli kima-fizik-matematik Amerika Syarikat menunjukkan **keseimbangan** kimia, iaitu suatu keadaan yang paling baik kerana kestabilannya dan sebagainya, berlaku ketika tenaga berkenaan adalah minimum.

Fenomenon biologi juga mengukuhkan kepercayaan bahawa keadaan ekstrim itu adalah “yang terbaik” seperti yang dibuktikan oleh fenomenon berikut:

(FB1) Dalam tahun 1712, J.S. Konig membuktikan bantuk sarang lebah adalah yang paling baik keadaannya (belum menggunakan istilah optimum) sehingga Akademi Sains Perancis mengistiharkan fenomenon itu sebagai petunjuk Suci Tuhan. Tidak syak lagi ini ialah unsur etnomatematik Perancis.

(FB2) Pengoptimuman dalam biologi amnya (bentuk-bentuk organisma kehidupan) dibicarakan oleh Thomson (1917) yang mencirikan konsep optimumnya sebagai titik

genting (tempat berlakunya maksimum, minimum atau titik pelana bagi sesuatu fungsi yang dikaitkan dengan perumbuhan dan bentuk biologi itu. Konsep ini kemudiannya dimatematikkan lagi dengan canggihnya oleh ahli matematik Perancis Rene Thome (pemenang Pingat Field 1958) menerusi karya agungnya dalam bahasa Perancis 1965 dan diterjemah ke dalam bahasa Inggeris dalam tahun 1972 sebagai *Structural Stability and Morphogenesis* yang melahirkan teori malapetaka yang masyhur itu. Ilmu matematik Rene Thom adalah etnomatematik Perancis tetapi oleh sebab bahasa Perancis pada zamannya telah pun berupa bahasa ilmu, ilmu Perancis ini mudah diterima sejagat menjadi sebahagian daripada matematik dunia sahaja, lebih-lebih lagi apabila ilmu ini diterjemah ke dalam bahasa Inggeris, satu lagi bahasa ilmu dunia, ilmu ini bukan sahaja menjadi sebahagian daripada etnomatematik Inggeris kerana terjemahan dan sumbangan aslinya tetapi juga matematik dunia yang lebih meluas dan mudah diterima umum lagi.

Konsep “paling baik” atau optimum yang dicirikan oleh nilai-nilai berangka yang ekstrim (minimum atau maksimum) disokong kuat oleh perkara-perkara yang berlaku dalam ekonomi, pengurusan dan perniagaan yang berikut:

(E1). Sebuah mitos matematik Eropah, walaupun asalnya masalah etnomatematik Afrika Utara (Tunisia sekarang, nama dahulunya sebelum Masihi, Karthajia/Carthage), iaitu seorang puteri raja bernama Dido memohon sekeping tanah di tepi pantai Karthajia untuk memulakan penghidupan baharunya dengan memohon pada pemerintah di situ sebesar belulang lembu jantan besar. Belulang itu dihiris-hiris halus menjadi seutas tali yang panjang. Kemudian beliau mendapatkan sekeping tanah berdasarkan lilitan tali itu, kononnya beliau menyelesaikan keluasan tanah yang paling besar yang terjana daripada lilitan tali itu. Sejak masalah sebegini dapat diselesaikan secara kalkulus ubahan dalam abad ke-18 M di Eropah, maka masalah ini dinamai masalah Isoparameter lalu menjadi masalah sejagat dan etnomatematik ini menjadi matematik Eropah dan seterusnya matematik sahaja. Sebenarnya, matematik ini masih bersifat etnomatematik kerana cerita itu bersifat “mitos Eropah” yang diada-adakan sesuai dengan pemikiran modalisme/kapitalisme yang tamak sahaja itu, iaitu berprinsipkan “paling besar”, atau “paling banyak”. (Perincian masalah Dido muncul hampir dalam setiap buku teks kalkulus ubahan kerana penyelesaiannya ialah kalkulus ini; lihat makalahnya yang menarik oleh Ashbaugh & Benguria t.t. di internet).

(E2) Mengikut Munizzo dan Musial (2010), ahli ekonomi abad ke-19 M (yang dipetik dlm Internet Best) adalah yang bertanggungjawab secara rasminya menanam kepercayaan kepada “yang tertinggi itulah yang terbaik” menerusi idea daya pengeluaran maksimum. Khususnya, yang dilakukan oleh Irving Fisher dalam tahun 1890-an, seorang ahli ekonomi matematik AS yang masyhur.

(E3) Konsep “yang terbaik”, optimum, berasaskan pada keekstriman mendapat lonjakan besar lagi menerusi konsep keadilan ekonomi Barat yang diutarakan oleh Pareto (sarjana Italia yang menulis dalam bahasa Italia) pada tahun 1906 dengan konsep keoptimumannya yang masyhur dan dikenali kemudiannya sebagai keoptimuman Pareto. Konsep ini menegaskan bahawa keadaan agihan (kekayaan dsbnya) yang paling baik ialah apabila terjadinya keadaan tiada lagi cara agihan yang mungkin dapat dilakukan sehingga seorang individu bertambah baik nasibnya tanpa menyebabkan sekurang-kurangnya seorang individu lain menjadi keadaan lebih buruk lagi daripada keadaannya sebelum cara agihan baharu itu. Konsep amat sarat dengan liberalisme dan elitisme seperti yang dibicarakan oleh Shahrir (2005a, 2006).

(E4) Makna optimum sebagai keadaan ekstrem (maksimum, minimum, titik pelana) mendapat tempat yang kukuh lagi menerusi teori pertumbuhan optimum Ramsey (1928), seorang falsawan-ekonomiawan-matematikawan Inggeris/Briton.

(E5) konsep “yang terbaik”, optimum, mendapat lonjakan besarnya lagi menerusi pencirian ekonomi sebagai pengoptimuman kerana ekonomi memang terkenal dengan ilmu yang mengkaji selok-belok cara mengagih barangan atau sumber dengan cara yang sebaik-baiknya; dan ini dirakamkan oleh buku laris jualannya oleh Intriligator yang cetakan pertamanya pada tahun 1971.

(E6) Dalam pengurusan, Kepler (sarjana Jerman abad ke-16 M) boleh dianggap orang pertama mengangkat “yang terbaik dalam pengurusan ialah juga berakhir dengan penentuan nilai maksimum suatu ungkapan matematik. Kepler menimbulkan persoalan bermatematik : “Adakah boleh seseorang beroleh calon terbaik daripada beberapa orang calon yang ada menerusi temuduga/wawancara satu demi satu”. Persoalan ini kemudiannya dikenali dalam matematik Eropah sebagai “masalah setiausaha”, atau “masalah perkahwinan”, dan sebagainya. Dalam masalah ini penyelesaiannya dimodelkan menerusi kebarangkalian dan memerlukan penyelesaiannya daripada pertimbangan suatu ungkapan kebarangkalian yang **tertinggi nilainya**. (Internet KS; Ferguson 1989)

(E7) Konsep dan amalan kecekapan dalam pengurusan panjang sejarahnya menerusi pengurusan bersains sejak 1960-an. (Witzel 2002). Apa pun semuanya berkait dengan “yang paling baik” dengan maksimum atau minimum. Umpamanya, segi pemasaran (lihat Internet Inten) diktom popularnya sehingga baharu ini sahaja ialah “(Produk) yang terbaik untuk kebanyakan (orang) dengan (kos) yang paling rendah.” (Ini ditujukan kepada rakyat terbanyak). Kini digantikan dengan ungkapan baharu yang juga mengaitkan dengan keekstriman juga: “(Produk) yang terbaik untuk (orang) yang terdikit dengan (kos) paling tinggi” (dituju kepada kaum atasan atau elitis).

Konsep “paling baik” di Eropah secara amnya diangkat menjadi konsep matematik Perancis oleh sarjananya, Laplace (sarjana Perancis zaman Napoleon), menerusi tafsirannya (lihat Farebrother 1999, Chapter 9, pp. 105-130) sebagai “nilai yang paling advantej” (terjemahan terhadap ungkapannya yang diinggeriskan sebagai “*The most advantageous value*”); dan dalam masa yang agak sama menjadi konsep matematik Jerman oleh sarjananya, Gauss, menerusi tafsirannya sebagai “nilai yang paling munasabah” (terjemahan terhadap ungkapannya yang diinggeriskan sebagai “*the most plausible value*” (lihat Farebrother 1999, Chapter 10, pp 133). Kedua-duanya membawa konsep optimum kepada nilai maksimum sahaja. Pandangan Laplace dan Gauss ini mendapat sokongan teguh daripada hasil matematik karya Gauss dan Markov (sarjana Rusia, meninggal 1922). Gauss dan Markov meningkatkan kepentingan optimum sebagai konsep ekstrim yang berguna dengan membuktikan bahawa anggaran kuasa dua terkecil adalah anggaran tidak pincang linear dengan varians minimum. Kaedah kuasa dua terkecil adalah ciptaan Legendre (sarjana Perancis) 1806, dan secara merdekanya oleh sarjana Jerman, Gauss, pada tahun yang sama. (Internet GMT)

Setelah meneliti konsep-konsep optimum Barat selama ini, Elias (2009) berpendapat ada dua jenis pengoptimuman: pengoptimuman “pilihan” (seleksi) dan pengoptimuman “kerasionalan”. Pengoptimuman pilihan atau istilah penuhnya “pilihan tabii” ditujukan kepada perihal yang dilakukan oleh manusia dan bukan manusia ketika berhadapan dengan persaingan dalam perkongsian pasaran dan nis/ceruk yang sama; manakala pengoptimuman kerasioalan berlaku ketika ketika proses pembuatan keputusan. Kedua-duanya menghasilkan agen berkenaan bertindak dengan cekapnya. Namun, pada hemat penulis, ada dua kategori pengoptimuman: pertama pengoptimuman tabii yang berlaku pada fenomena tabii yang

tidak melibatkan kemanusiaan seperti fenomena dalam fizik, kimia dan biologi bukan kemanusiaan; dan di sini keadaan optimum harus diterima sebagai keadaan genting, ekstrim, keseimbangan dan sebagainya yang berupa keadaan maksimum, atau minimum atau titik pelana. Pengoptimuman yang satu lagi ialah keadaan yang melibatkan kemanusiaan dan oleh itu kerasionalan yang menghayati makna optimum yang asal, iaitu yang terbaik, yang paling cocok, dan sebagainya yang mengikut ajaran wahyunya, kewustaan, seperti yang diuraikan oleh Shahrir (2005a, 2006, 2012b, 2015b) yang kini menjadi unsur etnomatematik Malayonesia-Melayu, walaupun karya itu ada juga dalam bahasa ilmu kini, bahasa Inggeris.

Mengikut (Internet Un) ada tiga falsafah usaha yang mempengaruhi perolehan keuntungan. Pertama, memperoleh keuntungan setinggi-tingginya (falsafah berasaskan pada pemaksimuman/ maksimisasi). Ini modalisme/kapitalisme totok. Kedua, usaha mengikut falsafah pengoptimuman/optimalisasi mengikut makna optimum asal. Di sini pengusaha tidak semestinya mengejar keuntungan setinggi-tingginya tetapi mengejar “sebaik-baiknya mengikut keadaannya) sehingga semua kepentingan yang terkait dalam usaha termasuk pengguna/konsumen, masyarakat, lingkungan hidup dan juga negara, perekonomian nasional dan sebagainya, dipertimbangkan. Konsep untung dalam kategori inilah yang sesuai diketengahkan konsep untung Malayonesia iaitu wusta itu. Ketiga, adalah usaha yang berfalsafahkan ala kadarnya.

Buku teks pengoptimuman pertama dalam bahasa Inggeris ialah oleh H. Hancock 1917 berjudul, *Theory of Minima and Maxima*, yang jelas penghayatan kesamaan optimum (“yang terbaik” atau “yang paling baik”) dengan kepelampauan nilai (minimum atau minimum)

Optimum Malayonesia-Melayu

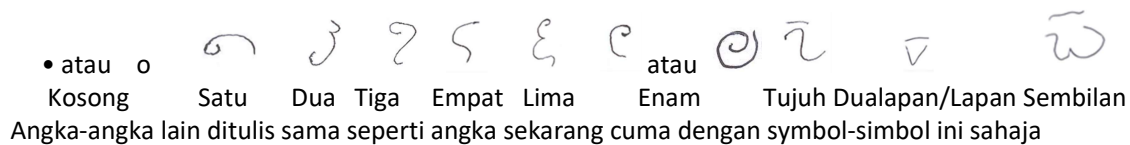
Konsep “paling baik” dalam etnosains Eropah yang sudah menjadi konsep sejagat sejak abad ke-19 M ialah konsep optimum. Konsep ini dalam kebudayaan Malayonesia berbahasa Melayu ialah “buat baik berpada-pada buat jahat jangan sekali”; konsep ini dalam ilmu neutral (wahyu) ialah *wustdo*, *wasatdiyyah*/*wasatiyyah* dan yang dimelayukan oleh penulis ini (dalam tahun 2005a dan 2006) sebagai wusta. Namun konsep “berpada-pada” atau “wusta” hanya diangkat menjadi istilah sains (matematik) oleh penulis ini pada tahun 2005 dan 2006 lalu membentuk unsur etnomatematik Malayonesia-Melayu kini yang masih belum berjaya menjadi matematik yang diterima sejagat.

Angka Sejagat (Angka Arab, angka Malayonesia), dan Segi Empat Ajaib Melayu

Angka sekarang yang dianggap ilmu semesta dengan simbol 0,1,2 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dan gabungannya mengikut sistem angka perpuluhan masih diistilahkan sebagai, terutamanya ketika membezakan dengan angka-angka bangsa lain, sebagai angka Arab. Sesungguhnya angka suatu unsur etnomatematik yang masih belum selesai milik siapa sebenarnya terutamanya selepas 1931, apabila Coedes (sarjana Perancis, 1931) menghipotesiskan bahawa angka kosong/sifar pertama didunia ialah ciptaan Khmer Lama berdasarkan adanya angka kosong dalam angka “enam ratus lima” pada prasasti (batu bersurat) di Kemboja di tempat bernama Sambor (oleh itu prasasti itu terkenal dengan nama Prasasti Sambor). Hipotesis ini tidak mendapat sambutan dunia tetapi pada tahun 1970-an muncul sensasi baharu oleh sarjana Rusia bernama Zakov dan sarjana AS bernama Swetz yang menyatakan (tanpa alasan jelasnya) bahawa angka kosong tertua di dunia datang dari Sumatera. Ini dianggap oleh penulis ini sebagai hipotesis Zakov-Swetz. Ini pun sepi sahaja tanggapan sarjana dunia hinggalah Shahrir (1998/2000) membuktikan angka perpuluhan dengan kosongnya sekali memang wujud pada zaman Sriwijaya (berpusat di Palembang, Sumatera) dengan prasasti tertuanya dan mengandungi angka “enam ratus lima” (sama tarikhnya dengan Prasasti

Sambor di Kemboja itu). Senarai lengkap angka ini ada dipaparkan dalam Rajah 1 di bawah. Oleh sebab banyaknya prasasti Sriwijaya (dalam bahasa Melayu) yang mencatatkan angka-angka enam ratusan itu (ada lima semua) sedangkan prasasti Kemboja (dalam bahasa Khmer Lama) yang ada angka yang sama hanya ada satu prasasti sahaja, maka pandangan Zakov dan Swetz itu lebih boleh diterima sepatutnya, terutamanya selepas penemuan Shaharir itu diterbitkan juga di Amerika Syarikat dalam tahun 2001 (Shaharir 2001). Namun ternyata tidak berlaku juga. Penemuan Shaharir itu tetap menjadi unsur etnomatematik sahaja.

Kemudian dalam tahun 2013, seorang sarjana AS, Arczel, membuat sensasi baharu lagi, melaporkan penemuan semulanya Prasasti Sambur di Kemboja yang mengadungi angka kosong itu, kerana katanya dipercayai praasasti itu sudah hilang (hancur) pada zaman komunis regim Pol Pot merevolusi Kemboja “Balik ke Tahun Kosong” pada tahun 1975 dahulu itu. Judul makalahnya “How I Rediscovered the Oldest Zero in History” 2013 itu mencuit ramai pihak di Barat. Perbahasan “Siapa pencipta kosong pertama di dunia” bergelora di internet. Kami tercabar untuk menguatkan lagi hipotesis kami sebaliknya, iaitu hipotesis Zakov-Swetz bahawa kosong tertua didunia ialah ciptaan sarjana Sriwijaya abad ke-7 Masihi, bukannya Khmer Lama. Lalu kami kumpul semua prasasti kemboja (dalam bahasa Khmer Lama) dalam abad ke-7 M dan sebelumnya. Kami dapati memang tiadalah prasasti dalam Khmer Lama yang menctatkan angka perpuluhan seperti angka Sriwijaya itu kecuali sebuah prasastinya sahaja itu, Prasasti Sambor. Malah prasasti Khmer Lama ada mencatatkan sistem angkanya tersendiri yang tiada angka kosong langsung dan bukan dalam sistem perpuluhan pun. Penemuan ini akan terbit dalam jurnal di Akademi Pengajian Melayu, UM (Shaharir dan Zaharin 2016) dan insya Allah akan disebarkan ke seluruh dunia dalam masa tersingkat ini. Sementara itu ilmu baharu ini tentunya bertaraf etnomatematik Melayu atau lebih betul segi politik sekarang, etnomatematik Malayonesia dalam bahasa Melayu.



Rajah 1. Angka Malayonesia ciptaan zaman Sriwijaya yang dipakai sejak abad ke-7 hingga ke-13 M

Yang lebih menarik lagi ialah perihal angka Arab (terjemahan harafiah terhadap *Arabic numeral*, mengikut bahasa Inggeris). Mulanya angka ini memang angka al-Khwarizmi yang sama dengan yang diwarisi oleh bangsa Arab hingga sekarang ini. (Rajah 2). Apabila angka al-khwarizmi ini tiba di Eropah (di Andalusia) dan mula mengalami perubahan bentuknya, maka angka ini diistilahkan dalam bahasa Arab sebagai angka Barat (terjemahan kepada *al-Arqam al-Maghribiyah* atau *al-Arqam al-Ghubariyah* yang bermakna secara harafiahnya, angka atas papan; di Inggeriskan sebagai *ghubar/gobar/gubar numerals*) bagi membezakan dengan yang dipakai di Tamadun Islam Timur berpusat di Baghdad itu, dinamai angka Timur (terjemahan kepada *al-Arqam al-Hindiyah*). (Lihat rajah angka-angka ini di bawah; Rajah 2 dan Rajah 3). Angka al-Khwarizmi (atau *al-Arqam al-Hindiyah*; bukan terjemahan Inggeris yang kurang tepat selama ini sebagai *Hindu numerals* itu) dipercayai sampai di Malayonesia ini dalam abad ke-13 M lagi dan dikenali di sini sebagai angka Arab hingga sekarang (yang mengelirukan istilah *Arabic numeral* dalam sejarah matematik Barat itu). Malayonesia tertawan dengan ilmu baharunya dari Tamadun Islam sehingga meninggalkan segala ilmu yang ada padanya termasuklah sistem angka yang sudah canggih itu (sistem perpuluhan yang sama dengan angka dari Tamadun Islam) lalu mendukung sistem angka Arab itu mungkin

sekali mulai abad ke-13 M lagi, malah istilah aslinya “kosong” (masa itu dijangka dalam bentuk “khaung” seperti yang terakam dalam kamus Aymonier dan Cabaton 1906) mulai diganding dengan istilah *shifr*.

Indonesia hampir langsung meninggalkan “kosong” dan “*shifr*” lalu menggantikannya dengan nol (istilah Belanda) walaupun istilah *shifr* yang diperibumiakannya (diindonesiakannya) sebagai sifer itu ada dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia dengan maksud sama dengan “angka nol” dan “kosong”; manakala Malaysia mulai mengkesampingkan “kosong” untuk menggantikannya dengan sifar (ejaan Malaysia) terutamanya mulai 1970-an. “Pengislaman” ilmu bilangan ini mudah berlaku apabila aksara Palawa digantikan dengan aksara Arab mulai akhir abad ke-13 M seperti yang dibuktikan oleh Batu Bersurat Terengganu bertarikh 1303 M itu. Eropah mula mengetahui adanya angka al-Khwarizmi menerusi terjemahan buku al-Khwarizmi yang mengadungi angka ini pada abad ke-13 M tetapi tiada yang mahu memakainya hinggalah abad ke-15 M baharulah ada sektor yang mahu memakainya (Crossley 2013). Crossley (2013) memeriksa 1398 buah manuscript yang ditulis di Eropah dalam tempoh 1200 - 1500 dan beliau mendapat angka Muslim Andalusia masih belum dipakai: abad ke-13 hanya 7% manuskrip itu memakainya, 17 % dalam abad ke-14, 47 % dalam abad ke-15 M. Malah istilah *zero* Inggeris yang berasal daripada transliterasi Italia terhadap istilah Arab *Shifr* itu hanya diterima dalam abad ke-18 M sahaja (lihat Internet ED). Apabila Inggeris dan Belanda datang menjadi penjajah mulai sekitar abad ke-18 M, mereka membawa *al-Arqam al-Ghubariyyah* yang sudah berbeza dengan *al-Arqam al-Hindiyah* dan atas keterpesonaan terhadap bangsa yang dirasakan lebih maju daripadanya dalam segala hal kita pun beransur-ansur meninggalkan angka yang telah kita warisi 500 ratus tahun itu (lebih awal daripada Eropah menerimanya). Kita ikut menjadikan etnoangka Eropah atau bagi kita etnoangka Inggeris dan Belanda (malah kita sering merujuknya sebagai angka Inggeris atau angka Belanda) mencapai tahap angka dunia seperti sekarang ini.

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ .

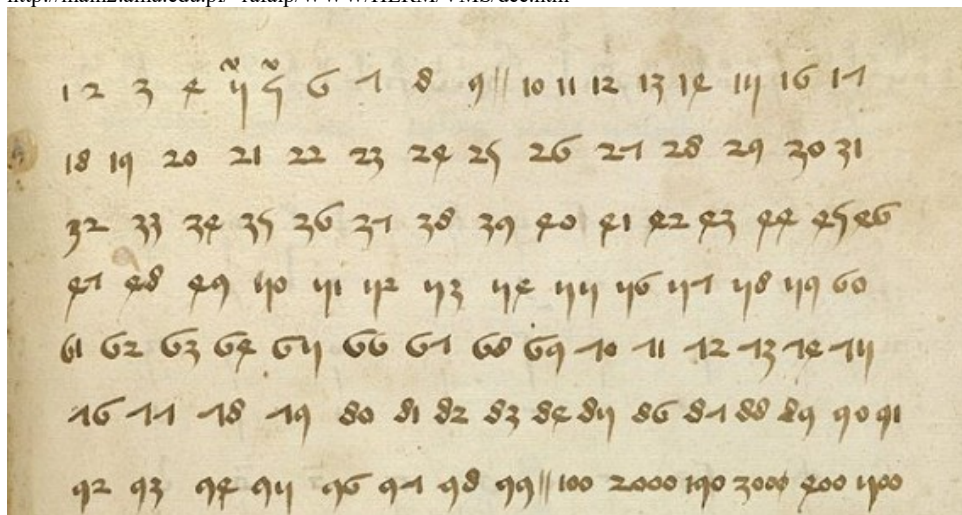
sembilan lapan tujuh enam lima empat tiga dua satu sifar/kosong
Angka-angka lain ditulis seperti angka yang kita pakai sekarang Cuma dengan symbol ini sahaja

Rajah 2: Angka Arab/Muslim Timur (Angka di negara Arab kini), asalnya ciptaan al-Khwarizmi 825 M, yang didukung oleh orang Malayonesia berbahasa Melayu klasik sejak abad ke-13 hingga abad ke-20 M.

Gubar	12th c.	13th c.	14th c.	15th c.	16th c.
1	1	1	1	1	1
2	2	7	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	8	4	8	4
5	5	3	4	7	5
6	6	6	6	6	6
7	7	1	1	1	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0

Rajah 3a. Evolusi angka Gubar (Muslim Andalusia, al-Arqam al-Ghubariyyah di Eropah

Sumber: Prinke R.T. t.t. Did John Dee really sell the Voynich MS to Rudolf II? <http://main2.amu.edu.pl/~rafalp/WWW/HERM/VMS/dee.htm>



Rajah 3b. Sebuah manuskrip Jerman abad ke-16 M mengajar tulisan angka Muslim dari Andalusia. Sumber: Why learning numbers was so hard in medieval Europe. Medievalists.net 2016.

<http://www.medievalists.net/2016/01/13/why-learning-numbers-was-so-hard-in-medieval-europe/>

Segi Empatsama Ajaib

Dalam teori bilangan (nombor) ada beberapa bilangan (lebih tepat lagi, angka) yang disusun mengikut baris dan lajur (seperti matriks) membentuk segi empatsama dengan jumlah lajur, baris dan pepenjuruanya sama sahaja (yang tertuanya berjumlah 15, lihat Rajah di bawah) lalu segi empat itu (angka-angka) itu digelar segi empatsama ajaib sehingga dijadikan azimat (di seluruh dunia termasuklah Tanah Arab dan di Malayonesia, walaupun amalan ini haram di sisi Islam sebagaimana yang ditegur oleh Iman al-Ghazali dalam karya agungnya, *Jalan Kesesatan/Munqidh min al-Dhdhalaalah*).

2	7	6	→15
9	5	1	→15
4	3	8	→15
↙15	↓15	↓15	↘15

Sumber: Internet MS

Segi empatsama ajaib tertua setakat ini dikatakan berasal daripada China dan dalam angka China (abad ke-6 SM), maka unsur matematik ini semestinya dapat dikategorikan sebagai etnomatematik China. Kemudian beberapa abad kemudian, angka-angka ajaib ini dikaji hampir seluruh dunia, termasuklah dalam Tamadun Islam (abad ke-7 M; dengan sumbangan angka ajaib 5 x 5 dan 6 x 6) dan di Malayonesia ini (belum diketahui tarikhnya dan sumbangannya), dan masing-masingnya diperibumikan (menggunakan angka sendiri masing-masing) lalu unsur etnomatematik ini menjadi matematik seluruh dunia dalam mendapatkan segi empat sama ajaib $n \times n$ dan memperluaskan kepada perkataan biasa pula seperti adanya sebuah segi empat-sama ajaib yang berisi perkataan Melayu, orangutan dan urangutan, di bawah ini (hasil ciptaan sarjana Eropah; Internet WS).

O R A N G U T A N G
R A N G A R A N G A
A N D O L A N D O L
N G O T A N G O T A
G A L A N G A L A N
U R A N G U T A N G
T A N G A T A N G A
A N D O L A N D O L
N G O T A N G O T A
G A L A N G A L A N

Segi empat-sama ajaib dalam tamadun Malayonesia dapat disaksikan dalam *Taj al-Muluk* oleh *Isma'il al-Asyi* abad ke-19 M dengan bentuk 3 x 3 dari China itu tetapi dalam sistem angka Muslim-Timur (Arab sekarang) dan sebuah segi empat sama ajaib berbentuk berikut:

ξ	Υ	ξ
Υ	Λ	Υ
ξ	Υ	Λ

yang tidaklah dapat diselami keajaibannya; mungkinkah ini segi empatsama ajaib Malayonesia sahaja?

DARI ETNOARITMETIK PECAHAN KE ARITMETIK PECAHAN: MATEMATIK ARAB-PERSI/MATEMATIK TAMADUN ISLAM, MATEMATIK MALAYONESIA, MATEMATIK EROPAH

Matematik pecahan sekarang bermula dengan etnomatematik Muslim (Tamadun Islam) ciptaan al-Khwarizmi dan Jamsyid (kedua-duanya sarjana Persi) dalam usahanya untuk melaksanakan hukum *fara'idh* yang agak sukar itu. Eropah menerima aritmetik pecahan Arab (istilah mereka) abad ke-17 M, iaitu dikira terkemudian daripada Malayonesia menerimanya menerusi pelaksanaan *hukum fara'idh*. Karya tertua dalam bahasa Melayu pasca-Hindu-Buddha yang mengadungi aritmetik pecahan ialah *Shirtd al-Mustaqym* oleh al-Ranyry 1642 M dan lebih perinci lagi dalam *Mir'aht al-Tdulab* karya 'Abd al-Rauf Singkel 1663 M. Kedua-dua ini lebih awal daripada karya aritmetik pecahan dalam bahasa Inggeris yang juga diambil daripada Tamadun Islam menerusi Latin-Italia-Perancis. Ini bermakna etnoaritmetik pecahan Inggeris lebih baharu daripada etnoaritmetik Malayonesia dalam bahasa Melayu. Namun apabila Inggeris dan Belanda menjajah Malayonesia mulai abad ke-18, aritmetik dalam bahasa Melayu itu mulai tersingkir dan disingkir dan apabila Malayonesia merdeka penyingkirannya mudah ditamatkan dengan meniadakan *fara'idh* dalam kurikulum matematik sekolah awam. Yang muncul aau penggantinya ialah aritmetik pecahan yang bebas daripada *fara'idh* sehingga menampakkan ilmu pun berupa etnoaritmetik Eropah sahaja. Lagi sekali, kita terseret sama dalam mengantarabangsakan aritmetik Inggeris/Belanda ini menjadi aritmetik sahaja. Pecahan dalam bahasa Malayonesia dalam zaman Islamnya ialah berbentuk dari Tamadun Islam (mulai abad ke-10 M), dan diamalkan juga di Eropah mulai abad ke-16 M (diperkenalkan/dipopularkan oleh Stevin) hingga abad ke-18 M (baharulah dalam bentuk ada garis pemisahannya), iaitu ditulis pada dua baris, a baris di atas dan b baris di bawah, dengan a dan b itu angka Arab Timur (*al-Hindiyyah*) itu (Rajah 2 di atas) tanpa garis antara a dengan b itu. Angka pecahan Malayonesia sebelum Islam juga dijangka wujud yang sama bentuknya seperti angka pecahan Khmer dan Thai sekarang yang ditulis pada satu baris dan antara "pengangka" (pernah diistilahkan dengan istilah rekaan DBP 1950-an sebagai angkatas) dengan "penyebut" (pernah diistilahkan dengan istilah rekaan DBP 1950-an sebagai angkawah) oleh istilah par (bentuk asal per- sekarang) seperti a par b (dengan a dan b itu angka Malayonesia pada Rajah 1 di atas). Istilah par ini yang tertua dalam Jawi ialah dalam *Shirtd al-Mustaqym* oleh al-Raniri 1642; sedangkan dalam bahasa Melayu Lama ada dirakam dalam beberapa prasasti abad ke-7 M. Ini selaras dengan bentuk angka khmer sekarang, iaitu a *pheak* b dengan a dan b adalah bilangan atau angka Khmer (*pheak* bermakna per), atau bentuk angka Thai sekarang iaitu a *nai* b atau a *suan* b (dengan a dan b angka Thai yang lebih kurang sama dengan angka Khmer/Kemboja sekarang juga). *Nai* itu bermakna "dalam" atau "daripada", manakala *suan* bermakna "bahagian daripada seluruhnya"

Perlu juga rasanya ditegaskan bahawa masalah yang mendorong penciptaan aritmetik pecahan tidaklah bersandarkan kebudayaan tetapi kepada wahyu. Ini menjadi satu contoh betapa ilmu wahyu itu memerlukan aqal yang cukup tinggi martabatnya bagi memahaminya, iaitu ilmu wahyu dan ilmu aqal tidak boleh dipisahkan.

SILOGISMA DAN QIYAS/ANALOGI

Satu daripada kaedah matematik (sains amnya) yang terawal ialah qiyas (bahasa Arab yang menjadi bahasa Melayu biasanya, kias dengan makna yang agak berbeza) atau analogi (drp Inggeris, *analogy* yang muncul awal abad ke-15 M yang diambil daripada Yunani-Latin, *analogia*). Kaedah sains ini kononnya menjadi kaedah milik semua bangsa (kononnya, "silogisma semua bangsa" dan "analogi semua bangsa") walaupun sebenarnya versi

silogisma dan analogi Yunani/Eropah/Barat sahaja. Silogisma dalam bahasa Melayu umpamanya, agak berlainan daripada “silogisma semua bangsa” itu. Ini disedarkan oleh Hasan (2003) dengan penambah-baikkan oleh Shaharir (2013, 2014). Silogisma dalam bahasa Melayu ada dalam peribahasa dan pantun Melayu. Pembayang dalam sesebuah pantun asli yang tinggi mutunya adalah premis yang diperlukan dalam sesebuah silogisma itu. Umpamanya, *yang merah itu saga, yang korek itu kondi*, adalah dua premis itu. Kesimpulannya: *yang indah itu bahasa, yang baik itu budi*. Bandingkan dengan dua premis dalam sebuah silogisma Yunani/Eropah/Barat yang diperibumikan ini: Setiap yang bernyawa mati, manusia bernyawa. Manusia mesti mati. Bezanya, “silogisma semua bangsa” itu ada dua premis atau bahagian andaian atau jika, dan satu kesimpulan; tetapi silogisma Malayonesia-Melayu itu ada dua premis yang sekaligus menjadi perumpamaan atau metafora kepada dua kesimpulan. Berbeza laginya, “silogisma semua bangsa” ini sudah tidak boleh diterima kerana sudah banyak kelemahannya seperti yang dikupas oleh sarjana zaman Tamadun Islam dahulu dan juga Barat kemudian lalu digantikan dengan struktur mantik/logik yang lebih baik seperti *burhdaan*/burhan dalam mantik Tamadun Islam yang juga (menerusi terjemahan) menjadi mantik Malayonesia-Melayu (Shaharir 2012c), dan mantik Barat yang lebih baharu seperti dalam kaedah deduksi. Silogisma berbentuk pantun masih sah berlaku sampai sekarang tetapi ada setengahnya masih perlu dibuktikan kebenaran kesimpulannya menerusi kaedah lain lagi; bah premis (iaitu pembayang) dalam pantun klasik belum ditemui yang bukan fakta.

Silogisma dalam peribahasa pula lebih halus lagi, iaitu peribahasa itulah premis dan kesimpulannya. Umpamanya, *bagai aur dengan tebing* mengandungi satu premis *aur tumbuh di tebing* dan maksudnya diumpamakan/dimetaforakan demikian, iaitu saling berkeperluan dan bersimbiosis. Contoh peribahasa yang lainnya:

Laksana kedidi, di mana pantai terjengget-jengget

(Ini premis yang mengandungi sifat burung kedidi (ilmu zoologi) yang menjadi metafora kepada maksud peribahasa ini (tidak ditulis), sentiasa bergerak (sifat pergerakan dalam pelbagai bidang ilmu pengetahuan))

Belanak bermain di atas karang

(Ini premis yang berasaskan sifat ikan belanak (bidang perikanan) dan sekaligus menjadi metafora kepada ombak yang amat besar (bidang sains marin))

Seperi lotong meniti batang kayu

(ini premis yang berasaskan sifat lotong (bidang zoologi) dan sekali gus menjadi metafora kepada orang yang tidak peka kepada alam sekitar (bidang sains sosial dan sains sekitaran). Ini contoh peribahasa yang berasaskan sains tetapi maksudnya berupa unsur ilmu kemanusiaan; memang peribahasa dominannya seperti ini).

Satu lagi yang bitaranya silogisma Malayonesia-Melayu ini ialah betapa seringnya silogisma itu membuahkan penyelidikan selanjutnya dengan bersahajanya, terutamanya dalam peribahasa kerana hampir semua peribahasa berpremiskan sifat atau tabii tumbuhan atau haiwan yang mungkin berasaskan cerapan yang tidak mencukupi mengikut kaedah aruhan atau istiqrak moden ini. Malah banyak tumbuhan dan haiwan itu belum dapat dikenali lagi seperti yang disenaraikan dalam Shaharir (2003, 2005b). Contohnya, selain daripada tiga contoh di atas yang semua tentang haiwan, tetapi ini berasaskan tumbuhan: *amra jangan disangka kedongdong*.

Analogi/qiyas dalam sains Barat/Eropah/moden tertakluk kepada penerusan kajian hasilnya menerusi kaedah lain lagi, malah sering kali juga hasil daripada analogi itu tidak tepat. Contoh klasiknya analogi atau qiyas dalam matematik yang ternyata tidak tepat hasilnya ialah analogi menerusi pola bagi membuat kesimpulan terhadap nilai “0 kuasa 0” sama ada sama dengan 0 atau 1 dengan melihat pola x^n bagi $x = 0$ untuk semua $n > 0$, atau melihat x^0 bagi semua x tidak kosong. Kamiran $1/x$ tidak dapat dianalogikan/diqiyaskan dengan kamiran x^n untuk semua n . Punca persamaan aljabar tidak dapat dianalogikan dengan punca persamaan linear, persamaan kuadratik, kubik, kuartik, kuintik,... (mati setakat kuintik pun!). Cukup banyak model matematik berasaskan analogi/qiyas. Yang terbaharunya model mudharabah yang Maheran (dan penulis ini) peroleh adalah berasaskan analogi/qiyas persamaan model interaksi spesies-spesies dalam biologi. Namun contoh model matematik berasaskan qiyas yang salah hasilnya ialah model atom hidrogen dengan model matahari dengan bumi umpamanya. Kaedah qiyas/analogi dalam fiqh menjadi kegemaran agamawan tetapi ternyata agamawan kini amat lemah melakukannya sehingga mereka tidak mampu menyatakan apakah bezanya cabutan nombor ekor dengan cabutan nombor bertuah; perbezaan “faedah”, “bunga”, dan “penetapan harga barangan pada masa hadapan”; bahkan perbezaan antara “hadiah”, “anugerah” dengan “rasuah”.

Analogi/qiyas Malayonesia–Melayu ada dalam setiap peribahasa. Hampir semua analogi/qiyas dalam peribahasa adalah berasaskan cerapan tajam sarjana Malayonesia dahulu terhadap tabii haiwan dan tumbuhan seperti dalam contoh-contoh di atas; bahkan cerapan mistik dan falsafah orang-orang Malayonesia sendiri seperti dalam peribahasa menggunakan bilangan “*tak tahu empat*”, “*Bagai rambut dibelah tujuh*”, “*gagak dimandi tujuh kali sehari pun tak (a)kan putih bulunya.*”; *laksana batang manau, seribu kali empat haram tak patah* (amat teguh dan kuat);

KESIMPULAN

Beberapa unsur matematik sekarang dibuktikan asalnya etnomatematik sahaja. Taraf matematiknya tercapai menerusi terjemahan ke pelbagai bahasa, walaupun sebahagiannya menerusi penjajahan sahaja sehingga ada unsur etnomatematik yang terabai atau diabaikan tanpa kejayaan pensejagatannya hingga hari ini. Pembentukan etnomatematik lama dan baharu dalam kebudayaan berbahasa Melayu ditunjukkan masih relevan dan tidak perlu dirasakan tarafnya inferior kerana itulah juga yang dilalui sejarah matematik sepanjang zaman dari bertaraf setempat, etnomatematik atau matemati ABA, ketaraf sejagat, matematik.

Rujukan

- Aczel A. 2013. How I Rediscovered the Oldest Zero in History. *Discover Magazine*, May 2013: Also available at <http://blogs.discovermagazine.com/crux/2013/05/20/how-i-rediscovered-the-oldest-zero-in-history/#.VgccA5egZMo>
- Ascher M. 1997. Malagasy *Sikidy*: A Case in Ethnomathematics. *Historia Mathematica* 24: 376–395
- Ashbaugh M. & Benguria R. t.t. The problem of Queen Dido <http://www.math.uiuc.edu/~laugesen/dido-isoperimetry-history.pdf>
- Aymonier, E. & Cabaton, A. 1906. *Dictionnaire Cam-Francais*. Paris: de L’ecole Francaise D’etreme-Orient.

- Bontius J. 1630. *Tropische Geneeskunde* terbitan di Armsterdam yang diIngeriskan kepada *The Tropical Medicine* terbitan London 1769.
- Cœdès, G. 1931. A propos de l'origine des chiffres arabes. *Bulletin of the School of Oriental Studies*, University of London, 6(2): 323-328.
- Crossley J. 2013. Old-fashioned versus newfangled: Reading and writing numbers, 1200-1500. *Studies in Medieval and Renaissance History*, Third Series, Volume 10
- Elias L.K. (Khalil E.L.). 2009. Natural selection and rational decision: two concepts of optimization. *Journal of Evolutionary Economics* 19: 417
- Farebrother R.W. 1999. Laplace's Most Advantageous Method. Dlm *Fitting Linear Relationship. A History of the Calculus of Observations 1750–1900*. Springer, Chapter 9, pp 105-130
- The most plausible value of the mean squared error. Dlm. *Fitting Linear Relationship. A History of the Calculus of Observations 1750–1900*. Springer, Chapter 10, pp 133
- Ferguson T. 1989. Who Solved the Secretary Problem? *Statist. Sci.* 4 (3) : 282-289
- Grear J.F. 2011. Mathematicians of Gaussian elimination. *Notices of the AMS* June/July 58(6): 782-792
- Gillies D. (Pnyut.).1992. *Revolutions in Mathematics*. Oxford: Clarendon Press.
- Goetzfridt N.J. 2008. *Ethnomathematics: A Bibliographic Study*. University of Hawai'i Press
- Hasan A. 2003. *Metafora Melayu: Bagaimana Pemikir Melayu Mencipta Makna dan Membentuk Epistemologinya*. Sungai Ramal Dalam, Kajang: Akademi Kajian Ketamadunan .
- Hawkins T. 1974. The Theory of Matrices in the 19th Century. Proceedings of the International Congress of Mathematicians Vancouver, pp. 561-570. Ada di <http://www.mathunion.org/ICM/ICM1974.2/Main/icm1974.2.0561.0570.ocr.pdf>
- Internet Best. Anama. t.t. Highest and best use. *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/wiki/Highest_and_best_use#cite_note-1 (10 Ogos 2016)
- Internet EB. Anama. t.t. Ethnobotany. *Wikipedia*. <https://en.wikipedia.org/wiki/Ethnobotany> (5 Ogos 2016)
- Internet ED. Harper D. 2001-2015. *Etymology Dictionary*. <http://www.etymonline.com/> (5 Ogos 2016)
- Internet EZ. Anama. t.t. Origin and Etymology of *ethnozoology*. *Merriam-Websters*. <http://www.merriam-webster.com/dictionary/ethnozoology> (5 Ogos 2016)
- Internet GMT. Anama. t.t. Gauss-Markov theorem. *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/wiki/Gauss%E2%80%93Markov_theorem (17 Ogos 2016)
- Internet HM . Anama. t.t. History of matrices. <http://www.ualr.edu/lasmoller/matrices.html> (8 Ogos 2016)
- Internet HO. Anama. t.t. History of optimization. <http://www.mitrikitti.fi/opthist.html>
- Internet Inten. Anama. t.t. About Intentional. <http://intention.al/about/> (10 Ogos 2016)
- Internet KS. Anama. t.t. Secretary problem. *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/wiki/Secretary_problem (17 Ogos 2016)
- Internet MM. Anama. t.t. Why, historically, do we multiply matrices as we do? <http://math.stackexchange.com/questions/271927/why-historically-do-we-multiply-matrices-as-we-do> (8 Ogos, 2016)
- Internet MS. Anama. t.t. Magic square. *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/wiki/Magic_square (17 Ogos 2016)
- Internet TT. Augustine-Louis Cauchy. https://en.wikipedia.org/wiki/Augustin-Louis_Cauchy (10 Ogos 2016)
- Internet Untung. Anama. t.t. Menghitung Keuntungan Usaha. <http://wacanamitra.blogspot.my/2010/01/menghitung-keuntungan-usaha.html> (10 Ogos 2016)
- Internet WS. Anama. t.t. Word square. *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/wiki/Word_square (17 Ogos 2016)

- Intriligator M.D. 1971. *Mathematical Optimization and Economic Theory*. Prentice-Hall
- Kamus Besar Bahasa Indonesia. Edisi ke-2. Jakarta: Balai Pustaka
- Knill O. 2009/2014. When was Matrix Multiplication invented? <http://www.math.harvard.edu/~knill/history/matrix/> (8 Ogos 2015)
- Lehman E.L. 2009. Some History of Optimality. *Lecture Notes-Monograph Series* Vol. 57, Optimality: The Third Erich L. Lehmann Symposium (2009), pp. 11-17 .
- Munizzo M.A. & Musial L.V. 2010. *General Market Analysis and Highest and Best Use* (Mason, OH USA: Cengage Learning), pp. 10.
- O'Connor J.J. & E F Robertson. 1996. Matrices and determinants. http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Matrices_and_determinants.html (8 Ogos 2016)
- Ramsey F.P. 1928. A Mathematical Theory of Saving. *Economic Journal* 38 (152): 543-559
- Rumphius/Rumpf. 1690. *Herbarium Amboinense*. Terbitan Amsterdam 1741
- Shaharir b.M.Z. 1998/2000. Sistem Angka Melayu sebelum Kedatangan Islam. *Bull. Malaysian Mathematical Society*. 23(1):1-34. A salnya sebuah laporan Cuti Sabatikal UKM 1998
- , 2001. A note on the decimal numerical system. *Humanistic Maths. of Network Journal* 24:36-42
- , 2003. Etnosains Melayu tertua setakat ini: Kajian kasus etnobotani Melayu daripada prasasti Talang Tuwo abad ke-7 Masehi dan peribahasa. *Malaysian Jour. of Sc. And Technology Studies* 1: 78-113. Asalnya dibentangkan di Kolokuium Khas FSH, UKM pada 1999.
- , 2005a. Sains Matematik dan Pengurusan. *JQMA/JuSQA* 1(1): 1-43
- , 2005b. Haiwan-Haiwan yang teretus daripada peribahasa Melayu yang belum jelas segi sainsnya: Satu cabaran terhadap ahli biologi dan ahli leksikografi di Alam Melayu. *Malaysian Jour. of Sc. & Technol. Studies* 3: 105-135
- , 2006. Pendekatan baru terhadap konsep optimum Barat dan beberapa konsep optimum baru dalam acuan sendiri. *Kesturi* 16 (1&2): 55-96
- , 2012a. Bahasa penemu Ilmu. Makalah undangan di *Seminar MABBIM* di Brunei, 4 April 2012. Terbit dalam *Kesturi* (ASASI) 2014, 24(2):119-137.
- , 2012b. A new paradigm in sustainability. *Journal of Sustainability Development* (Canada) 5(1): 91-99
- , 2012c. Mantik Melayu Separuh Pertama Abad ke-17 M menerusi Manuskrip Mantik Melayu-Jawi yang Tertua Setakat ini: Manuskrip Nur al-Dyn al-Ranyry. *Kesturi* 22(1): 32-64. Asalnya makalah di *Seminar Etnomatematik Kebangsaan III* di INSPER, 19 Nov 2009
- , 2013. Epistemologi Malayonesia berbahasa Melayu. Makalah yang dibentangkan di *Forum Aliran Melayu*, anjuran Penang Institut 16 Jun 2013. Terbit dlm. *Kesturi* (ASASI) 2015, 25 (1): 61-103.
- , 2014. Kosmologi Malayonesia yang Terungkap dalam Bahasa Melayu. *Seminar Falsafah-Hikmah Melayu* anjuran PDP-ASASI 13 Dis. 2014. Akan terbit dlm *Jurnal Peradaban* (PDP, UM) 2016
- (Pnyut.). 2015a. *Unsur Etnosains Malayonesia dalam Bahasa Melayu Sejak Abad Ke-5 M. K.* Lumpur: DBP
- , 2015b. Konsep kewustaan fungsi skalar tanpa kekangan. *Kesturi* 25 (2): 26-31
- Shahari b.M.Z. & Zaharin 2016. Beberapa unsur sains dan matematik dalam bahasa Melayu yang mendahului dalam bahasa Inggeris: kasus bilangan, angka dan aritmetik – akan terbit dlm *Jur Pengajian Melayu*, APM, UM 2016
- Thome R. 1972. *Structural Stability and Morphogenesis*. Benjamin
- Thompson D.W. 1917. *On Growth and Form*.
- Wallace A.R. 1868. *The Malay Archipelago: The land of the orang-utan, and the bird of paradise. A narrative of travel, with sketches of man and nature* (1 ed.). Macmillan. Terbitan semula 2014 berjudul *The Annotated Malay Archipelago by Alfred Russel Wallace*, edited by John van Wyne, NUS Press.
- Wilder R. L. 1981. *Mathematics as a Cultural System* . Prgamon Press. Terjemahan dalam bahasa Melayu terbitan DBP 2010, berjudul *Matematik sebagai Sistem Budaya*.

- Witzel M. 2002. A Short History of Efficiency. *Business Strategy Review* 13 (4): 38-47
- Zaslavsky C. 1999. Africa Counts: Number and Pattern in African Cultures. 2nd ed. Los Angeles: Chicago Review Press

Manuskrip yang dirujuk

Mir'ah al-Tdulab oleh 'Abd al-Rauf/Abdul Rauf Singkel 1663 M

Shirah al-Mustaqym oleh Nur al-Dyn l-Ranyry/Nuruddin al-Raniri 1640 M

Taj al-Mulk suntingan Isma'il al-'Asyi 1349 H/ 1833 M