



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2014

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI BONGSU

Julai 2014

Masa : 2 ½ Jam

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____
No. Kad Pengenalan : _____
Tingkatan : _____
Nama Sekolah : _____
Alamat Sekolah : _____
Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2014

Nama : No. Kad Pengenalan :
Nama Sekolah : Tandatangan :
Alamat Sekolah:

ARAHAN: Tuliskan jawapan anda dalam kotak yang disediakan.

BAHAGIAN A: Jawab semua soalan.
(12 Markah)

SOALAN 1

BM Suatu segitiga mempunyai panjang sisi 5, 5, 6. Suatu segitiga lain mempunyai panjang sisi 5, 5, 8. Apakah beza luas bagi kedua-dua segitiga tersebut?

BI *A triangle has side lengths 5, 5, 6. Another triangle has side lengths 5, 5, 8. What is the difference between the areas of these two triangles?*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 2

BM Diketahui bahawa nombor 123456788876543211 boleh dibahagi dengan 999999999. Jika kita membahagikan 123456788876543211 dengan 999999999, apakah digit terakhir bagi hasil bahagi tersebut?

BI *We know that the number 123456788876543211 is divisible by 999999999. If we divide 123456788876543211 by 999999999, what is the last digit of the resulting number?*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 3

BM Cari integer yang terhampir dengan $\sqrt[5]{\pi^3 + 1}$.

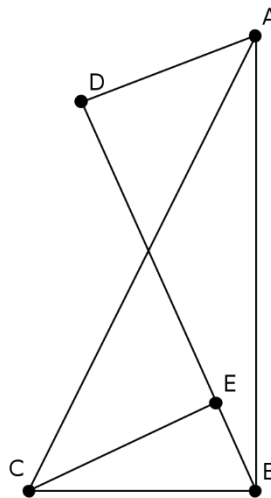
BI Find the nearest integer to $\sqrt[5]{\pi^3 + 1}$.

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 4

BM Di dalam rajah berikut (dilukis tidak mengikut skala), ABC ialah suatu segitiga dengan $AB = 10$, $BC = 3$, dan $\angle B = 90^\circ$. Segitiga BDA dan CEB adalah serupa dengan segitiga ABC . Apakah hasil tambah luas segitiga BDA dan CEB ?

BI In the figure (not drawn to scale), ABC is a triangle with $AB = 10$, $BC = 3$, and $\angle B = 90^\circ$. Triangles BDA and CEB are similar to triangle ABC . What is the sum of the areas of triangles BDA and CEB ?



Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 5

BM Berapakah bilangan nombor dua digit yang boleh dibahagi dengan beza antara digit pertama dan digit kedua nombor tersebut?

BI *How many two-digit numbers are divisible by the difference between their first digit and second digit?*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 6

BM Berapakah bilangan pasangan integer positif (a, b) sehinggakan $a + b = 2014$ dan b adalah gandaan a ?
Pembayang: $2014 = 2 \times 19 \times 53$.

BI *How many pairs of positive integers (a, b) are there such that $a + b = 2014$ and b is a multiple of a ?*
Hint: $2014 = 2 \times 19 \times 53$.

Jawapan:	
-----------------	--

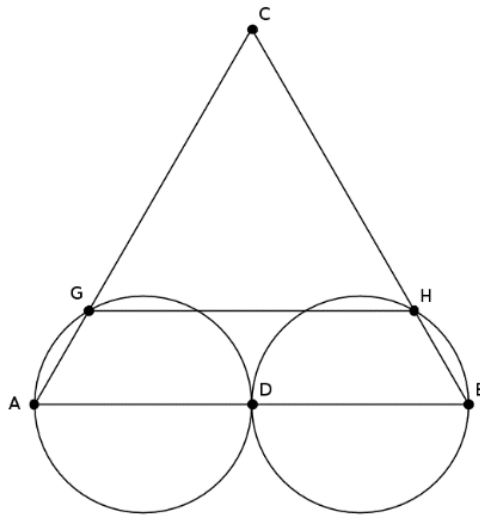
ARAHAN: Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan.

BAHAGIAN B: Jawab semua soalan
(18 Markah)

SOALAN 1

BM ABC ialah suatu segitiga sama sisi dengan luas 240 dan D ialah titik tengah AB . Suatu bulatan dengan diameter AD bersilang dengan AC pada titik G , berlainan daripada A . Suatu bulatan dengan diameter BD bersilang dengan BC pada titik H , berlainan daripada B . Apakah luas segitiga CGH ?

BI ABC is an equilateral triangle with area 240 and D is the midpoint of AB . A circle with diameter AD intersects AC at G , different from A . A circle with diameter BD intersects BC at H , different from B . What is the area of triangle CGH ?



SOALAN 2

BM Suatu nombor tiga digit N memenuhi syarat berikut: N adalah sama dengan 5 kali hasil darab digit-digit N . Apakah N ?

BI *A three-digit number N satisfies the following condition: N is equal to 5 times the product of digits of N . What is N ?*

SOALAN 3

BM Jika kita membahagikan $\underbrace{111 \cdots 1}_{4102 \text{ digit}}$ dengan $\underbrace{222 \cdots 2}_{2014 \text{ digit}}$, bakinya ialah r . Apakah hasil tambah digit-digit r ?

BI If we divide $\underbrace{111 \cdots 1}_{4102 \text{ digits}}$ by $\underbrace{222 \cdots 2}_{2014 \text{ digits}}$, the remainder is r . What is the sum of digits of r ?



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2014

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI MUDA

Julai 2014

Masa : 2 ½ Jam

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2014

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah:

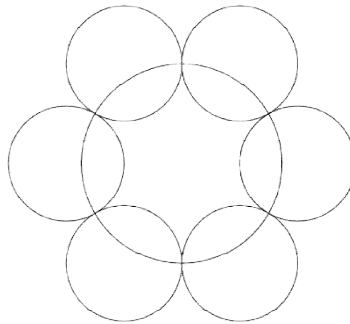
ARAHAN: Tuliskan jawapan anda dalam kotak yang disediakan.

BAHAGIAN A: Jawab semua soalan.
(12 Markah)

SOALAN 1

BM Di dalam rajah berikut, setiap bulatan kecil mempunyai luas 6 dan tangen kepada dua bulatan yang lain, dan pusat-pusat bagi bulatan-bulatan kecil tersebut membentuk suatu heksagon sekata. Bulatan yang besar melintasi kesemua titik tangen. Apakah luas bulatan yang besar tersebut?

BI *In the figure, each of the small circles has an area of 6 and is tangent to two other circles, and the centers of the small circles form a regular hexagon. The large circle passes through all the points of tangency. What is the area of the large circle?*



Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 2

BM Apakah gandaan 125 yang terbesar dengan semua digitnya berlainan?

BI *What is the largest multiple of 125 with all digits different?*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 3

BM Diberi bahawa n ialah suatu integer antara 200 dan 250, dan $n^3 - n^2 - n + 1$ ialah suatu kuasa dua sempurna. Apakah n ?

BI *Given that n is an integer between 200 and 250, and $n^3 - n^2 - n + 1$ is a perfect square. What is n ?*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 4

BM Diberi 20 titik (x, y) , dengan x dan y ialah integer, $1 \leq x \leq 10$ dan $1 \leq y \leq 2$. Berapakah bilangan segitiga dengan luas – yang boleh dibentuk menggunakan titik-titik tersebut?

BI *Given 20 points (x, y) , where x and y are integers, $1 \leq x \leq 10$ and $1 \leq y \leq 2$. How many triangles of area – can be formed using these points?*

.
.

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 5

BM Jujukan a_1, a_2, a_3, \dots ditakrifkan sebagai: $a_1 = 2, a_2 = 3$, dan $a_n = a_{n-1} \times a_{n-2}$ untuk semua $n \geq 3$. Apakah digit terakhir bagi a_{2014} ?

BI *The sequence a_1, a_2, a_3, \dots is defined by: $a_1 = 2, a_2 = 3$, and $a_n = a_{n-1} \times a_{n-2}$ for all $n \geq 3$. What is the last digit of a_{2014} ?*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 6

BM Cari faktor perdana terbesar bagi $20! - 19! + 18!$.
Nota: $N! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times N$.

BI *Find the largest prime factor of $20! - 19! + 18!$.
Note: $N! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times N$.*

Jawapan:	
-----------------	--

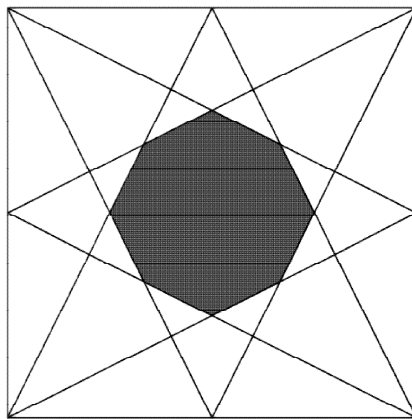
ARAHAN: Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan.

BAHAGIAN B: Jawab semua soalan
(18 Markah)

SOALAN 1

BM Rajah menunjukkan suatu segiempat sama dengan luas 1 dengan tembereng garis dilukiskan daripada titik tengah setiap sisi kepada bucu-bucu yang bertentangan. Cari luas rantau yang berlorek.

BI *The figure shows a square with area 1 with line segments drawn from the midpoint of each side to the opposite corners. Find the area of the shaded region.*



SOALAN 2

BM Andaikan N integer terkecil supaya 2^N mempunyai 100 digit. Andaikan $A = 2^N$ dan B nombor yang dibentuk dengan menterbalikkan digit-digit A (menterbalikkan bermaksud, sebagai contoh, 529 menjadi 925 dan 6590 menjadi 956).

Yang manakah lebih besar, A atau B ? Berikan justifikasi untuk jawapan anda.

BI *Let N be the smallest integer such that 2^N has 100 digits. Let $A = 2^N$ and let B be the number formed by reversing the digits of A (reversing means that, for example, 529 becomes 925 and 6590 becomes 956).*

Which is larger, A or B ? Justify your answer.

SOALAN 3

BM Buktikan bahawa persamaan

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{1007}} + \frac{1}{\sqrt{2014 - x} + \sqrt{1007}} = \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{2014 - x}}$$

mempunyai 2014 penyelesaian integer positif.

BI Prove that the equation

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{1007}} + \frac{1}{\sqrt{2014 - x} + \sqrt{1007}} = \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{2014 - x}}$$

has 2014 positive integer solutions.



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2014

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI SULONG

Julai 2014

Masa : 2 ½ Jam

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____
No. Kad Pengenalan : _____
Tingkatan : _____
Nama Sekolah : _____
Alamat Sekolah : _____
Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2014

Nama : No. Kad Pengenalan :
Nama Sekolah : Tandatangan :
Alamat Sekolah:

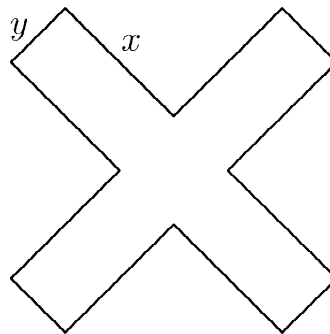
ARAHAN: Tuliskan jawapan anda dalam kotak yang disediakan.

BAHAGIAN A: Jawab semua soalan.
(12 Markah)

SOALAN 1

BM Rajah berikut terdiri daripada sisi-sisi dengan panjang x dan y . Sisi bersebelahan adalah berserenjang. Jika kedua-dua perimeter dan luas gambarajah tersebut ialah 24, apakah x^2 ?

BI *The following figure is made up of sides with lengths x and y . Adjacent segments are perpendicular. If both the perimeter and the area of the figure are equal to 24, what is x^2 ?*



Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 2

BM Isikan digit yang hilang di dalam pernyataan berikut: faktor sepunya terbesar bagi $\square 829783$ dan 9999 ialah 3.

BI *Fill in the missing digit in the following statement: The highest common factor of $\square 829783$ and 9999 is 3.*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 3

BM Ana telah lahir tepat $12!$ saat yang lalu. Hari jadi beliau yang terkini ialah yang ke- N . Apakah N ?

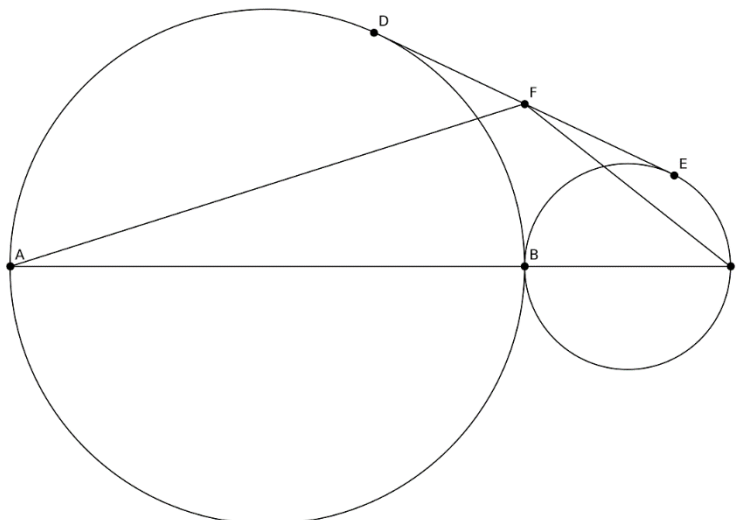
BI *Ana was born exactly $12!$ seconds ago. Her latest birthday was her N th. What is N ?*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 4

BM Di dalam rajah berikut, titik A, B, C terletak pada suatu garis, dan terdapat dua bulatan, masing-masing dengan diameter AB dan BC . Suatu garis adalah tangen kepada kedua-dua bulatan tersebut pada titik-titik D dan E . Andaikan F titik tengah bagi DE . Jika $AB = 18$ dan $BC = 8$, cari luas bagi segitiga AFC .

BI *In the diagram, points A, B, C lie on a line, and there exists two circles with diameter AB and BC , respectively. A line is tangent to the two circles at points D and E . Let F be the midpoint of DE . If $AB = 18$ and $BC = 8$, find the area of triangle AFC .*



Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 5

BM Cari digit terakhir bagi $1^1 + 2^1 + 3^1 + \dots + 2014^1$.

BI Find the last digit of $1^{1!} + 2^{2!} + 3^{3!} + \dots + 2014^{2014!}$.

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 6

BM Terdapat n pelajar perempuan di sebuah sekolah, dan mereka menganjurkan satu pertandingan populariti. Setiap pelajar memberi $n-1$ pelajar lain markah daripada 1 hingga $n-1$ (markah 1 untuk pelajar paling disukai, dan markah $n-1$ untuk pelajar paling kurang disukai). Kemudian setiap pelajar menambahkan semua markah yang diterimanya daripada semua pelajar lain. Apabila keputusan diumumkan, pemenang tempat pertama menerima 100 markah, dan pemenang tempat kedua menerima 139 markah. Apakah nilai maksimum yang mungkin bagi n ?

BI There are n girls in a school, and they decide to hold a popularity contest. Each girl ranks the other $n-1$ girls with a rank from 1 to $n-1$ (rank 1 for the most favorite person, and rank $n-1$ for the least favorite person). Then each girl adds up all the ranks given to herself by the other girls. When the results were announced, the first place winner scored 100, and the second place winner scored 139. What is the maximum possible value of n ?

Jawapan:	
-----------------	--

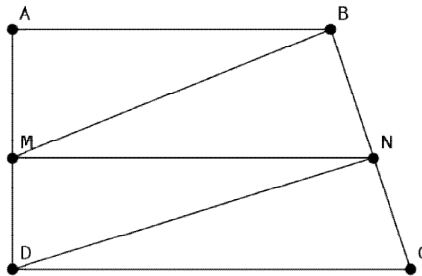
ARAHAN: Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan.

BAHAGIAN B: Jawab semua soalan
(18 Markah)

SOALAN 1

BM Diberi suatu trapezium $ABCD$ dengan AB selari dengan DC dan $DC > AB$. Titik-titik M dan N masing-masing dipilih pada sisi AD dan BC supaya MN adalah selari dengan AB dan luas $ABNM$ adalah sama dengan luas $MNCD$. Buktikan bahawa luas segitiga BNM adalah lebih besar daripada luas segitiga NCD .

BI Given a trapezium $ABCD$ with AB parallel to DC and $DC > AB$. Points M and N are chosen on sides AD and BC respectively such that MN is parallel to AB and the area of $ABNM$ is equal to the area of $MNCD$. Prove that the area of triangle BNM is greater than the area of triangle NCD .



SOALAN 2

BM Suatu subset bagi $\{1, 2, 3, \dots, 2014\}$ dianggap *bagus* jika: (a) ia tidak mengandungi kedua-dua unsur 1 dan 2; (b) hasil tambah unsur-unsurnya boleh dibahagi dengan 3. Sebagai contoh, subset $\{1, 23, 456, 789\}$ adalah bagus. Cari bilangan subset yang bagus.

Nota: Hasil tambah unsur bagi set kosong ialah 0.

BI *A subset of $\{1, 2, 3, \dots, 2014\}$ is called good if: (a) it does not contain both elements 1 and 2; (b) the sum of its elements is divisible by 3. For example, the subset $\{1, 23, 456, 789\}$ is good. Find the number of good subsets.*

Note: The sum of elements of the empty set is 0.

SOALAN 3

BM Buktikan bahawa terdapat tak terhingga banyaknya pasangan nombor nyata (x, y) supaya $x \neq y$ dan $\frac{x}{y} = \frac{y}{x}$.

BI *Prove that there are infinitely many pairs of real numbers (x, y) such that $x \neq y$ and $\frac{x}{y} = \frac{y}{x}$.*